|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 組 | 番 |  |

レンズの形の関数（近似式の活用）

目的　『光軸上の１点*a*から出た光は、レンズのどこに入射しても、必ずレンズの後方の光軸上の１点*b*を通るように屈折する』これを実現するレンズの形はどんな関数か求める。

*y*

*x*



*a*

*- b*

*x*

*x*

*レンズ*

*屈折率n*

*a*から拡がった同位相の光の１つの波面が、ふたたび*b*で同じタイミングで1点に集まり、位相が打ち消し合わないようにするためには「レンズのどの部分を通った光も全て同じ光路長」でなければならない。

（別な言い方：光はレンズのどの部分を通って*a*から*bへ*行っても、かかる時間は(最小で)同じである：フェルマー最小時間の原理）

レンズは薄くレンズ内の光路は光軸に平行であると近似する。　するとレンズ内の*x*を通ったときの光路長*L*(*x*)は (レンズ内の光路長は経路長の屈折率*n*倍)

どんな*x*の光路長も同じなので、全ての光路長は*x*=0の光路長

と等しい。

したがって、レンズの形の関数　を決める方程式は次のようになる。

|  |
| --- |
| ・・・（＊） |

この方程式（＊）の解がレンズの形である。

問題点：√をはずすとの４次方程式になり、この方程式をそのまま解くのは難しい。

そこで、大きい数と小さい数が混じった時に便利な近似式を使う。物理では非常によく使われる。

もしがより小さければ　近似式　　が成り立つ

ルートのときはとして使える

【課題1】 この近似公式を利用して、を近似的に計算し、電卓で計算した値と比較せよ。

|  |
| --- |
|  |

まず、 に近似式を使う。

なぜなら と書け、

したがって

さらに、この近似を代入した に近似式を使う。

なぜなら と書け、はより小さいので

結局次のようになる。

【課題2】も同様に2段階で近似を使って書き直しなさい。

|  |
| --- |
|  |

方程式（＊）は近似すると

|  |
| --- |
| ・・・（＊’） |

となり、これは簡単に解くことができる。

【課題3】上の近似した方程式（＊‘）をといて、次式の空欄　　　(文字の分数式になる)を埋めよ。

・・・（＊＊）

レンズの形を表す関数は近似的に２次関数（＊＊）になることが分かった。

この関数の形はが変化しないように*a,b*を変えても関数の形は変わらない。

レンズの形は２次関数と分かったが、実際のレンズは球面の一部なので、次に球の断面の円を考える。

*x*

*y*

*f(0)-R*

*f(0)*

*R*

半径*R*の円が中心座標 ( *x , y* )=( 0 , )にあると考えれば

円の方程式は

*y=*に直すと　（レンズ上面*y*>0は*）*

ここで*R* が非常に大きく、*x*が*R*に比べて小さい範囲として　　に近似式を使う。

【課題4】以下の空欄を埋めなさい。

半径*R*の円の方程式は近似的に次のように２次関数になる。

・・・（＊＊＊）

レンズの形の２次関数（＊＊）と円の方程式（＊＊＊）が同じものだとすると次式が成り立つ。

レンズの公式を思い出すと、レンズの形を決めている円の半径*R*と焦点距離*f*には次の関係が成り立つ。